7. ANALIZA VARIANȚEI (ANOVA)

- Definiția și principalele tipuri ale analizei varianței
- Modelul ANOVA unifactorial: ipoteze de lucru
- Tipuri de studii în care se utilizează modelul ANOVA unifactorial
- Condițiile preliminare necesare în vederea aplicării testului ANOVA unifactorial
- Raportul dintre componentele principale ale variabilității populatiei generale: varianța inter-grupuri si varianța intra-grup – tabelul de calcul ANOVA
- Testele de comparații multiple – analiza POST-HOC

OBIECTIVELE CURSULUI

La finalizarea acestui capitol, studentul va fi capabil să:

O9-1: să înțeleagă scopul analizei varianței precum și situațiile când se utilizează în practică testul ANOVA

O9-2: să evalueze condițiile preliminare de aplicare ale testului ANOVA unifactorial

O9-3: să parcurgă corect etapele testului ANOVA unifactorial pornind de la ipotezele de lucru

O9-4: să interpreteze corespunzător rezultatele testului ANOVA unifactorial

O9-5: să utilizeze când este necesar testele de comparații multiple (POST-HOC), ulterior testului ANOVA unifactorial

INTRODUCERE

Analiza varianței (ANOVA) este o colecție de modele statistice însoțită de procedurile de estimare asociate acestora, fiind utilizată pentru a analiza existenței diferențelor între mediile mai multor grupuri independente (nerelaționate) din cadrul aceleiași populații.

ANOVA a fost dezvoltata în anul 1918 de către matematicianul, statisticianul, biologul si geneticianul SIR RONALD AYLMER FISHER „un geniu care aproape de unul singur a creat bazele științei statistice moderne” si se bazează pe:

LEGEA VARIANȚEI TOTALE

varianța observată într-o anumită variabilă poate fi împărțită în COMPONENTE atribuibile diferitelor surse de variație

Astfel, variabilitatea totală a populației studiate poate fi împărțită în 2 componente:

a) VARIAȚIA ÎNTRE GRUPURI (datorată tratamentului aplicat, factor esențial, care a condus la separarea populației în tipuri calitative principale)
b) VARIAȚIA DIN INTERIORUL FIECĂRUI GRUP (cauzată de factori aleatori, fiind expresia diferențelor individuale dintre unitățile componente).

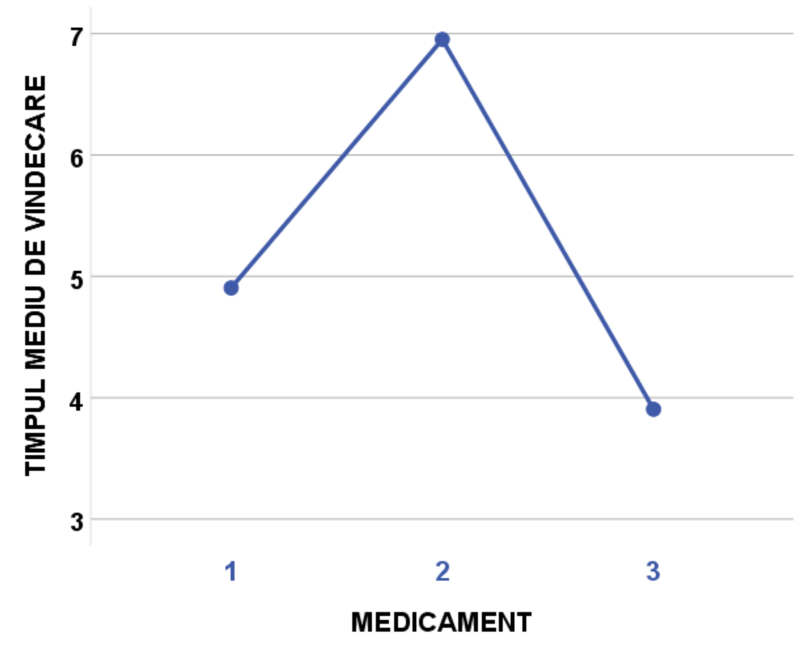
În forma sa cea mai simplă, ANOVA oferă un test statistic care evaluează situația în care două sau mai multe medii ale grupurilor în care a fost împărțită o populație sunt egale, reprezentând prin urmare GENERALIZAREA TESTULUI STUDENT „t” in cazul comparării unui număr mai mare de două medii.

ANOVA poate fi privită ca reprezentând un test statistic de evaluare a potențialelor DIFERENȚE dintre grupurile în care a fost împărțită o anumită variabilă dependentă continuă, în funcție de diferitele categorii pe care le pot înregistra una sau mai multe variabile statistice independente calitative.

Nivelul de măsurare al variabilelor și ipotezele testului joacă un rol important în analiza varianței. În ANOVA, variabila dependentă trebuie să CONTINUĂ (de tip interval sau raport). Variabilele independente trebuie să fie variabile CATEGORIALE (nominale sau ordinale).

În general, în funcție de designul studiului, ANOVA poate fi utilizată în trei variante principale:

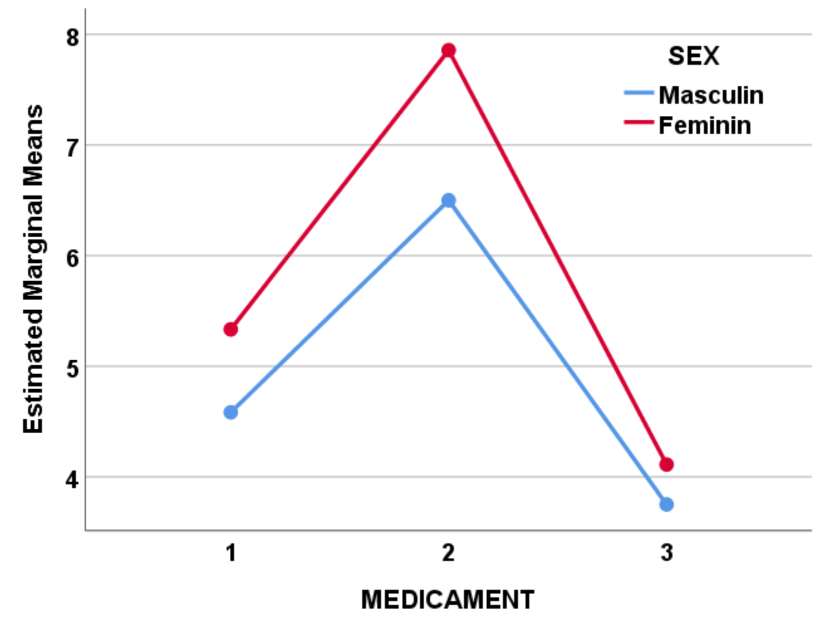
ANOVA <u>UNIFACTORIALĂ</u>: avem o singură variabilă dependentă continuă care poate fi împărțită în mai multe categorii în funcție de o singură variabilă independentă categorială sau factor; de exemplu, analiza varianței poate examina influența a 3 medicamente asupra unei boli, examinând potențialele diferențe existente între timpii medii de vindecare (variabila dependentă) pentru fiecare tip de medicament (variabilă categorială cu 3 variante: 1, 2 și 3).



ANOVA BIFACTORIALĂ: avem o singură variabilă dependentă continuă care poate fi împărțită în mai multe categorii în funcție de două variabile independente categoriale; de exemplu, analiza varianței poate examina potențialele diferențe existente între între timpii medii de vindecare (variabila dependentă) în funcție de fiecare tip de medicament (variabila categorială A sau factorul A cu 3 variante: 1, 2 și 3) și sexul persoanelor (variabila categorială B sau factorul B cu 2 variante: masculin și feminin); deosebim 2 tipuri de efecte asupra variabilei dependente:

- ✓2 efecte PRINCIPALE: evidențiază acțiunea fiecărui factor, considerată separat (A și B)
- ✓un efect de INTERACȚIUNE: descrie acțiunea combinată a celor 2 factori ($A * B$)

Vorbim de un efect de interacțiune atunci când efectul (influența) unui factor depinde de nivelul celui de al doilea factor. Astfel, interacțiunile indică faptul că diferențele nu sunt uniforme între toate categoriile variabilei independente. De exemplu, medicamentul 2 poate avea timpi de vindecare mai mari în comparație cu medicamentele 1 și 3, dar această diferență ar putea fi mai mare (sau mai mică) în cazul persoanelor de sex feminin în comparație cu cele de sex masculin. Scopul principal al ANOVA cu 2 factori este stabilirea existenței interacțiunii dintre cei 2 factori.

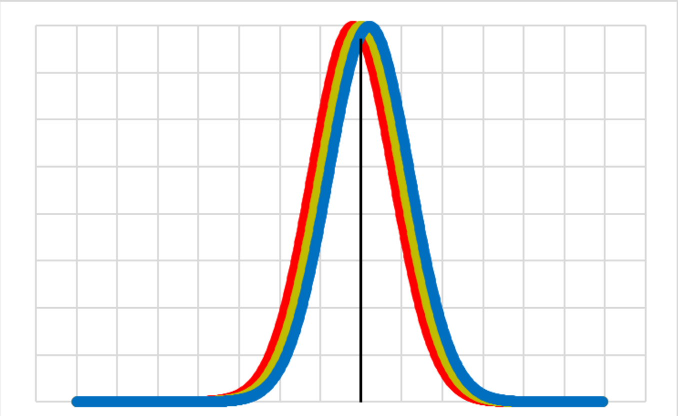


ANOVA UNIFACTORIALĂ

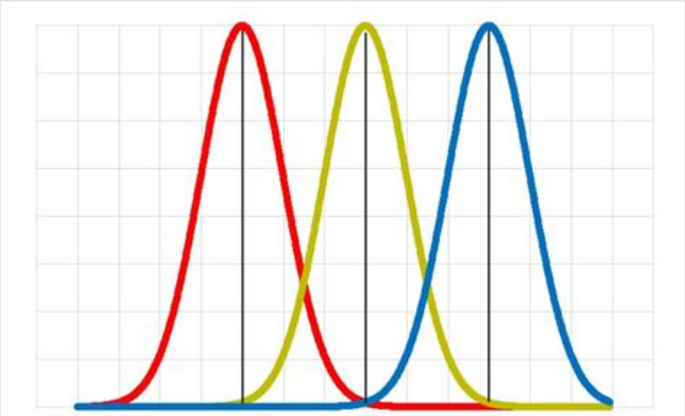
Este o procedură de analiza și evaluare a existenței potențialelor diferențe între mediile mai multor grupuri independente (nerelaționate), care aparțin aceleiași populații generale, de interes pentru o anumită cercetare. În cadrul acestui model avem o singură variabilă dependentă continuă, împărțită în mai multe clase (grupuri), în funcție de nivelurile unei singure variabile independente de tip categorial (factor).

IPOTEZA NULĂ (H_0) pentru testul ANOVA: nu există nicio diferență semnificativă între grupuri.
În situația când avem *k* grupuri, iar μ_i este media grupului *i*, $i = \overline{1, k}$: $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \cdots = \mu_k$

IPOTEZA ALTERNATIVĂ (H_A) presupune că există cel puțin o diferență semnificativă între grupuri, fără să precizeze însă care sunt grupurile în cauză.



H_0 este adevărată



H_0 este falsă

TIPURI DE STUDII în care se utilizează testul ANOVA unifactorială:

- Se recrutează un eșantion de persoane, care este apoi împărțit în mod aleator în 3 sau mai multe grupuri, cu condiția ca fiecare participant să fie alocat unui singur grup; fiecare grup este supus unor *SARCINI DIFERITE* și este măsurat apoi rezultatul înregistrat de fiecare individ pentru variabila dependentă de interes în cadrul studiului;
- Se extrage în mod aleator un eșantion de persoane, care este ulterior în împărțit în grupuri în funcție de valorile unei variabile categoriale independente (grupa de vârstă, grupa de sânge, starea civilă, etc.), fiecare individ putând aparține unui singur grup; grupurile sunt măsurate în funcție de o variabilă dependentă, după ce persoanele au îndeplinit *ACELEAȘI SARCINI* sau au fost supuși acelorași condiții.

DE CE NU ESTE UTILĂ COMPARAREA GRUPURILOR UTILIZÂND MAI MULTE TESTE STUDENT ?

La fiecare aplicare a unui test Student există o șansă de 5% de a ne confrunta cu o eroare de tip I ($\alpha = 0,05$).
De exemplu în situația realizării unei comparații între 4 grupuri avem $C_4^2 = \frac{4!}{2!\cdot(4-2)!} = 6$ comparații între 2 grupuri, adică 6 teste t, fiecare având o eroare de tip I de 5%.
Probabilitatea de a obține un rezultat corect ($1 - \alpha = 0,95$) în urma utilizării a 6 teste independente este:
$0,95 \cdot 0,95 \cdot 0,95 \cdot 0,95 \cdot 0,95 \cdot 0,95 = 0,735$.

În consecință, eroarea de tip I aferentă aplicării unui număr de 6 teste Student succesive este $\alpha = 1 - 0,735 = 0,265$ sau $26,5\%$, valoare care nu este acceptabilă în cadrul niciunei analize statistice practice.

Rezultă faptul că ESTE NECESARĂ UTILIZAREA UNUI SINGUR TEST STATISTIC care să compare simultan grupurile și să păstreze în acest fel eroarea de tip I (α) sub nivelul prag de 5%.

Experimentul constă în repartizarea în mod aleator a diferiților subiecți în cadrul fiecărui tip de tratament, urmată de înregistrarea rezultatelor obținute, pentru a putea în final să determinăm eficiența lui.

Avem o POPULATIE de volum N din care extragem aleator un esantion de 15 subiecti:

DATA -> DATA ANALYSIS -> SAMPLING -> SAMPLING METHOD -> RANDOM -> NUMBER OF SAMPLES: 15

ESANTIONUL de subiecti (in ordinea extragerii in esantion de la 1 - 15)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0.275	0.640	0.417	0.632	0.002	0.135	0.869	0.802	0.903	0.493	0.049	0.414	0.806	0.918	0.417

Alocam fiecarui subiect in mod aleator o valoare utilizand functia Excel: =RAND()

Ordonam crescator valorile, tinand cont de numarul de ordine initial al fiecarui subiect:

0.002	0.049	0.135	0.275	0.414	0.417	0.417	0.493	0.632	0.640	0.802	0.806	0.869	0.903	0.918
5	11	6	1	12	3	15	10	4	2	8	13	7	9	14
GRUPUL 1					GRUPUL 2					GRUPUL 3				

ALOCAREA IN MOD ALEATOR A PACIENTILOR IN CADRUL FIECARUI TRATAMENT

La fel ca testul Student, ANOVA este de asemenea un test parametric având la bază o serie de PRESUPUNERI:

- ✓ observațiile sunt INDEPENDENTE unele de altele (această presupunere depinde în mod direct de designul și realizarea efectivă a studiului); rezultatul testului este puternic afectat în situația nerespectării presupunerii de independență;
- ✓ variabila continuă dependentă trebuie să urmeze o distribuție NORMALĂ în cadrul fiecărui grup care va fi supus comparației: evaluare grafică (histograma, box-plot și QQ plot), calcularea indicatorilor descriptivi (medie, mediană, mod, varianță, asimetrie și boltire) și teste de evaluare a normalității (Shapiro-Wilk și Kolmogorov-Smirnov); rezultatele sunt rezonabile și în situația nerespectării normalității, cu condiția utilizării unor eșantioane de volum mare ($n_i \geq 30$);
- ✓ variabila dependentă NU prezintă VALORI EXTREME semnificative (outlieri) pe niciunul dintre grupuri;
- ✓ VARIANȚELE sub-populațiilor din care provine fiecare grup trebuie să fie aproximativ EGALE (omogenitatea varianței): se utilizează testele Levene, Brown-Forsythe sau Bartlett; în cazul nerespectării acestei presupuneri, rezultatele ANOVA sunt considerate relativ robuste dacă sunt utilizate în analiză eșantioane de același volum;
- ✓ ERORILE (diferențele dintre fiecare valoare individuală și media grupei căreia îi aparține) sunt INDEPENDENTE și urmează o DISTRIBUȚIE NORMALĂ.

Datele inițiale se pot sistematiza într-un tabel cu dublă intrare, în care pe coloane se înscriu cele k tratamente (grupuri), iar pe rânduri variantele variabilei dependente din fiecare grup. ANOVA unifactorială presupune descompunerea variației totale în două componente, apoi estimarea varianțelor (dispersiilor) corespunzătoare și în final compararea lor sub forma unui raport

În majoritatea cazurilor, cele k tratamente (grupuri) reflectă influența unui anumit factor (variabilă independentă categorială) care acționează asupra variabilei dependente studiate. Astfel se separă influența factorilor esențiali, de influențele celorlalți factori, considerați întâmplători.

Variația fiecărei variante a variabilei x_{ij} față de media generală $\bar{x}$ se poate descompune în 2 componente:

$$x_{ij} - \bar{x} = (x_{ij} - \bar{x}_j) + (\bar{x}_j - \bar{x})$$

Variante	Tratament						
	1	*2*	...	*j*	...	*k*	
1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1j}	...	x_{1k}	
2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2j}	...	x_{2k}	
3	x_{31}	x_{32}	...	x_{3j}	...	x_{3k}	
...	...	...	...	...	...	...	
i	x_{i1}	x_{i2}	...	x_{ij}	...	x_{ik}	
...	...	...	...	...	...	...	
n	x_{n1}	x_{n2}	...	x_{nj}	...	x_{nk}	
Total	$\sum_{i=1}^{n} x_{i1}$	$\sum_{i=1}^{n} x_{i2}$	...	$\sum_{i=1}^{n} x_{ij}$	...	$\sum_{i=1}^{n} x_{ik}$	$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} x_{ij}$
Media	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	...	$\bar{x}_j$	...	$\bar{x}_k$	$\bar{x}$

Prin ridicare la pătrat și însumare se păstrează egalitatea:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\left(x_{ij}-\overline{x}\right)^2=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\left(x_{ij}-\overline{x}_j\right)^2+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\left(\overline{x}_j-\overline{x}\right)^2$$

Deoarece ultima sumă depinde doar de numărul de grupe (j) relația anterioară devine:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\left(x_{ij}-\overline{x}\right)^2=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\left(x_{ij}-\overline{x}_j\right)^2+n\cdot\sum_{j=1}^{k}\left(\overline{x}_j-\overline{x}\right)^2$$

Astfel, suma pătratelor (SST) abaterilor totale este împărțită în 2 componente suma pătratelor abaterilor în interiorul fiecărei grupe (reziduale) și suma pătratelor abaterilor între grupe (datorată factorilor esențiali, care au condus la împărțirea colectivității în tipuri calitative):

$$SST=SSW+SSB$$

Analiza continuă prin calcularea gradelor de libertate, separat pentru fiecare dintre cele 3 sume de pătrate evidențiate anterior. Numărul total de variante ale variabilei dependente este egal cu numărul de grupe înmulțit cu numărul de variante repartizate în fiecare grupă:

$$N=n\cdot k$$

Astfel, pentru suma pătratelor abaterilor TOTALE a celor N variante x_{ij} (SST), vom avea:

$$df_{total} = N - 1$$

sau

$$df_{total} = k \cdot n - 1$$

Similar cu calculul varianței unui eșantion, pentru a estima varianța populației generale din care acesta provine, vom pierde un grad de libertate din totalul de n, pentru a estima media necunoscută μ a populației pe baza mediei calculate la nivel de eșantion $\overline{x}$

Gradele de libertate asociate cu suma pătratelor abaterilor în interiorul fiecărei grupe (SSW). Aceasta s-a determinat prin însumarea sumelor pătratelor abaterilor din interiorul fiecărui grup ($SS_1 + SS_2 + \cdots + SS_j + \cdots + SS_k$). Fiecare sumă a unui grup SS_j are asociat un număr de $n - 1$ grade de libertate. Rezultă că:

$$df_{within} = (n-1) + (n-1) + \cdots + (n-1) = k \cdot (n-1) = k \cdot n - k = N - k$$

Numărul gradelor de libertate asociat cu suma pătratelor abaterilor între grupe (SSW), calculat ca suma pătratelor diferențelor dintre mediile celor k grupuri și media generală, va fi:

$$df_{between} = k - 1$$

Suma gradelor de libertate ale celor două componente este egală cu numărul total de grade de libertate:

$$df_{total} = df_{within} + df_{between}$$

În situația în care presupunerile modelului sunt validate, iar mediile populațiilor din care au fost extrase grupurile sunt egale (ipoteza nulă este adevărată), ambele sume de pătrate raportate la gradele de libertate corespunzătoare reprezintă estimatori independenți și nedeplasați ai varianței populației generale.

VARIANȚA ÎNTRE GRUPURI

$$MSSB = \frac{SSB}{df_{between}}$$

$$MSSB = \frac{n \cdot \sum_{j=1}^{k}(\bar{x}_j - \bar{x})}{k-1}$$

VARIANȚA DIN INTERIORUL GRUPURILOR

$$MSSW = \frac{SSW}{df_{within}}$$

$$MSSW = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}(x_{ij} - \bar{x}_j)}{n-k}$$

Prin intermediul testului Fisher (F) SE EVALUEAZĂ RAPORTUL ACESTOR DOUĂ TIPURI DE VARIAȚIE (între grupuri și intra-grup). O valoare ridicată a acestui raport sugerează că variația între grupuri este semnificativ mai mare decât variația intra-grup, ceea ce indică faptul că diferențele între mediile grupurilor nu sunt întâmplătoare și că TRATAMENTUL APLICAT A CONDUS LA SEPARAREA POPULAȚIEI ÎN TIPURI CALITATIVE DISTINCTE.

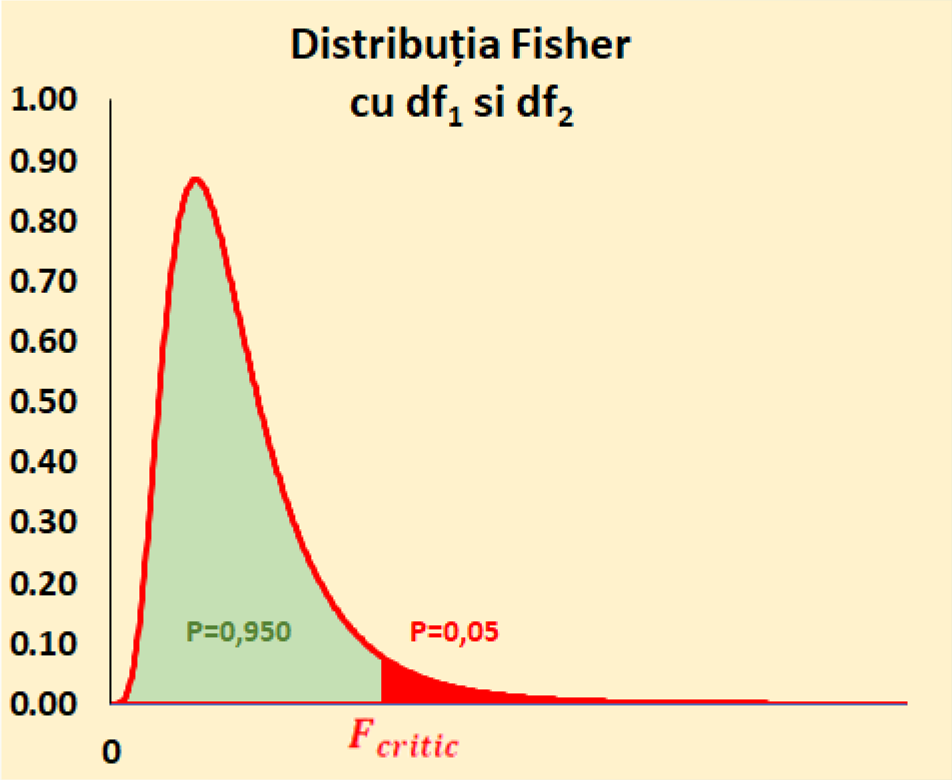
Raportul mediilor acestor două surse de variație urmează o **DISTRIBUȚIE FISHER**, cu $k-1$ grade de libertate la numărător, respectiv $n-k$ grade de libertate la numitor:

$$F_{calculat} = \frac{MSSB}{MSSW}$$

Valoarea astfel calculată $F_{calculat}$ a raportului se compară cu valoarea din tabel, corespunzătoare gradelor de libertate și unui nivel de semnificație standard ($\alpha = 0.05$) $F_{\alpha,k-1,n-k}$ (valoarea critică). In Excel utilizăm funcția: =F.INV.RT(0.05, df1, df2)

Dacă $F_{calc} \geq F_{critic}$ $(p < 0,05)$ raportul variațelor se situează în zona de respingere, în extremitatea dreaptă a distribuției și, în consecință, vom respinge ipoteza nulă a egalității mediilor populațiilor.

În cazul în care $F_{calc} < F_{critic}$ $(p > 0,05)$ nu avem suficiente dovezi pentru a respinge H_0, diferența dintre cele două estimări ale varianței populației putând fi datorată șansei.



Tabelul de calcul pentru testul ANOVA unifactorială :

Sursa variației	Suma pătratelor	Gradele de libertate	Media pătratelor	Raportul varianțelor (Fisher)
- între grupe	SSB	$k-1$	$MSSB = \frac{SSB}{k-1}$	$F_{calculat} = \frac{MSSB}{MSSW}$
- în interiorul grupelor	SSW	$n-k$	$MSSW = \frac{SSW}{n-k}$	-
Total	SST	$n-1$	-	-

Concluzie: Atunci când RESPINGEM IPOTEZA NULĂ concluzionăm că nu toate mediile populațiilor sunt egale. În situația în care NU REUȘIM SĂ RESPINGEM IPOTEZA NULĂ, considerăm că mediile populațiilor studiate nu sunt semnificativ diferite între ele.

ANALIZA POST-HOC

ANOVA reprezintă un test general care verifică condiția de egalitate a mediilor mai multor populații, fără a specifica însă care sunt grupurile concrete între care aceste diferențe sunt semnificative. În acest scop, în situația în care rezultatul testului AVOVA este semnificativ, în continuare se vor aplica testele POST-HOC sau testele de comparații multiple, care în esență încearcă să controleze valoarea erorii de tip I (α)

În analiza mai multor perechi de grupuri, probabilitatea de a obține rezultate fals pozitive (eroarea de tip I) crește. Metodele post-hoc aplică CORECȚII STATISTICE, cum ar fi cele propuse de Bonferroni, Tukey sau Scheffé, pentru a menține eroarea de tip I (α) la un nivel acceptabil. Acest lucru este esențial în cercetare, pentru a preveni interpretări eronate ale rezultatelor.

Analiza post-hoc permite o interpretare mai detaliată a rezultatelor ANOVA, facilitând evidențierea mai clară a relațiilor dintre diferitele perechi de grupuri, aspect care conduce în final la formularea unor concluzii utile din punct de vedere practic.

1) Testul Tukey HSD (Honest Significant Distance) utilizează o singură valoare HSD cu care vor fi comparate toate diferențele de medii ale grupurilor, controlând nivelul de general semnificație α. Astfel, sunt analizate toate perechile de grupuri, atât în situația unor grupuri de același volum cât și pentru grupuri de volum diferit.

1) Testul Bonferroni analizează fiecare pereche de medii prin calcularea unui test t, ținând sub control eroarea totală de tip I la nivelul de 5% ($\alpha = 0,05$). Valoarea p aferentă fiecărei perechi de medii comparate trebuie să fie mai mică decât nivelul de 0,05 raportat la numărul total de comparații efectuate $N(N-1)/2$, unde N este numărul de grupuri.

3) Testul Scheffe compară toate perechile de grupuri, permițând conectarea anumitor grupuri în anumite situații. De exemplu, dacă avem 3 tipuri de tratament (Med. A, Med. B și Placebo) vom putea determina dacă ambele medicamente A și B au un efect diferit față de Palcebo. Cu alte cuvinte se testează grupurile A și B simultan comparativ cu grupul Placebo.

4) Testul Dunnet se utilizează atunci când unul dintre grupuri este considerat drept referință (Placebo), iar comparațiile vor fi efectuate între fiecare grup și acesta. Deoarece nu trebuie să compare toate grupurile de medii între ele, testul Dunnet are o putere superioară de a detecta diferențele între grupul de referință și celelalte.

Ex. 1: Într-un studiu, un cercetător dorește să determine influența a trei medicamente asupra unei afecțiuni. În acest sens, a fost selectat aleator un eșantion de 63 subiecți diferiți din populația generală care suferă de acea afecțiune, din care au fost repartizați, în mod cu totul întâmplător, câte 21 de subiecți pentru fiecare dintre cele 3 tratamente. În vederea evaluării eficienței medicamentelor s-a măsurat perioada de timp exprimată în săptămâni necesară fiecărui pacient pentru a se însănătoși.

Pentru testarea egalității mediilor în situația studierii a 3 sau mai multe populații se va utiliza testul ANOVA.

ANOVA – presupunerile modelului:

- populațiile studiate sunt aproximativ normal distribuite
- populațiile au deviații standard egale (omogenitatea)
- populațiile care stau la baza obținerii eșantioanelor de lucru sunt independente

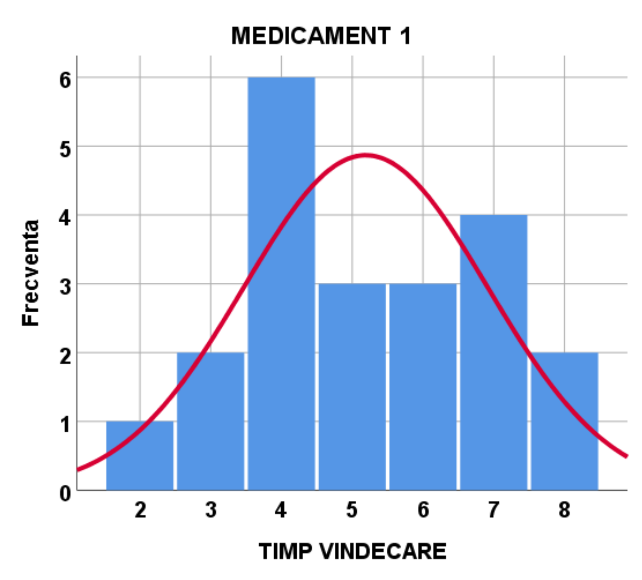
Med. 1	Med. 2	Med. 3
1	8	1
3	7	3
5	5	4
4	6	2
7	9	6
6	7	3
7	2	5
8	7	1
4	9	7
…	…	…

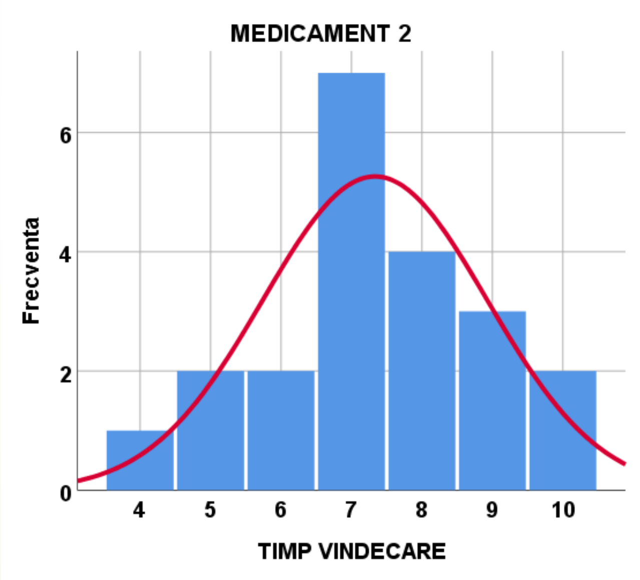
Medicament	Timp însănătoșire
1	1
1	3
1	5
…	…
2	8
2	7
2	5
…	…
3	1
3	3
3	5

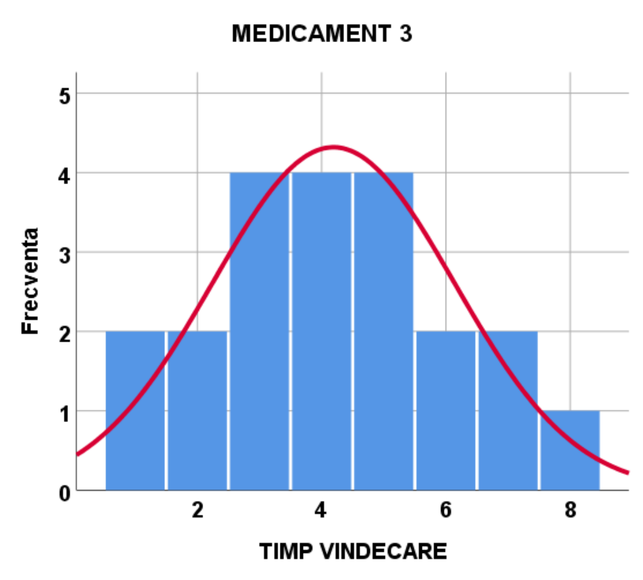
- populațiile studiate sunt aproximativ normal distribuite

Medicamentul 2 a avut ca efect cea mai lungă perioadă medie de vindecare, de peste 7 săptămâni. Medicamentul 3 a determinat cel mai scurt timp de vindecare (aproximativ 4 săptămâni), în timp ce medicamentul 1 condus la o perioadă medie de timp până la însănătoșire situată între celelalte 2 (aproximativ 5 săptămâni).

Descriptive statistics	Med. 1	Med. 2	Med. 3
No. of values	21	21	21
Mean	5.190	7.333	4.190
Median	5.00	7.00	4.00
Std. Deviation	1.721	1.592	1.940
Skewness	0.065	-0.198	0.158
Kurtosis	-0.964	-0.202	-0.551







Abaterile standard sunt aproximativ similare pentru toate cele 3 medicamente.

În cazul unei distribuții normale, valorile coeficienților de asimetrie și boltire trebuie să fie apropiate de valoarea zero, aspect care se confirmă în cazul datelor noastre.

Test of Normality				
		Shapiro-Wilk		
		Statistic	df	Sig.
TIMP VINDECARE	Med. 1	0.941	21	0.230
	Med. 2	0.953	21	0.384
	Med. 3	0.966	21	0.655

În același timp, valorile testului de normalitate Shapiro-Wilk evidențiază faptul că nu avem suficiente dovezi pentru a respinge ipoteza nulă a normalității populațiilor din care provin eșantioanele studiate ($p < 0.05$ pentru toate cele 3 populații).

Având în vedere evaluarea indicatorilor de statistică descriptivă, reprezentările grafice și rezultatele testelor de normalitate, putem presupune faptul că, **cele 3 eșantioane au fost extrase din populații normal distribuite**.

- populațiile au deviații standard egale (omogenitatea)

Presupunerea de egalitate a varianțelor celor 3 populații are la bază $H_0: \quad \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2.$

Test of Homogeneity of Variances					
		Levene Statistic	df1	df2	Sig.
TIMP VINDECARE	Based on Mean	0.560	2	60	0.574

❑ populațiile care stau la baza obținerii eșantioanelor de lucru sunt independente

Cea de a treia presupunere a modelului, populațiile care stau la baza obținerii eșantioanelor de lucru sunt independente, este verificată prin procedura de realizare a studiului, fiecare pacient fiind alocat unui singur grup de tratament.

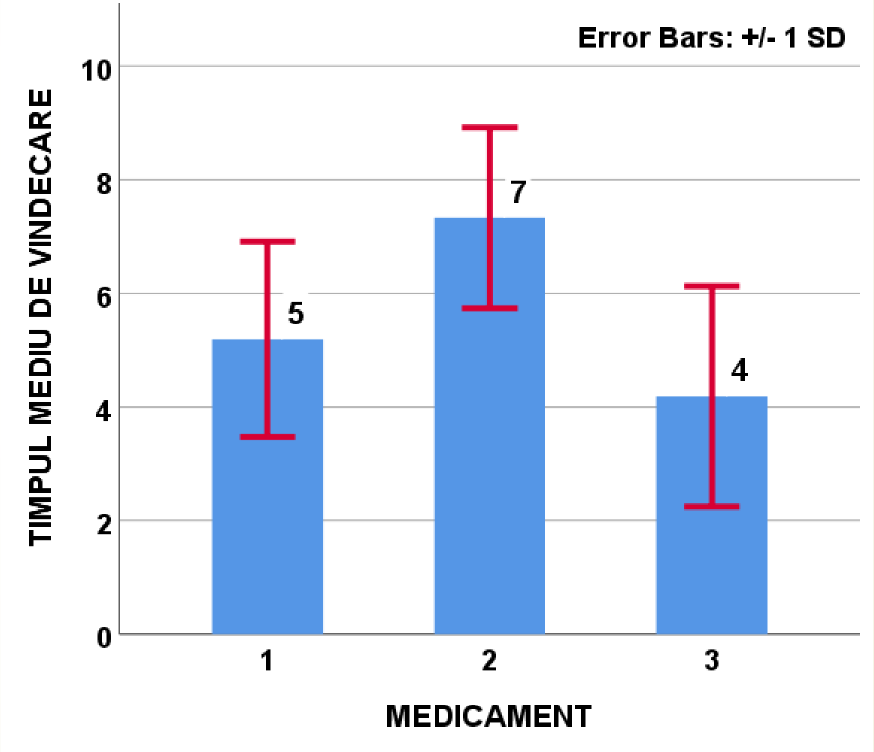
Ipotezele modelului ANOVA unifactorial:

$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$
H_A: cel puțin 2 medii sunt diferite

Testul statistic utilizat este:

$$F_{calculat} = \frac{\text{Varianța dintre grupuri}}{\text{Varianța din interiorul grupurilor}}$$

care, atunci când H_0 este adevărată, urmează o distribuție de tip Fisher cu $k-1=3-1=2$ grade de libertate la numărător, respectiv $n-k=63-3=60$ grade de libertate la numitor



Considerăm un nivel de semnificație $\alpha = 0.05$

Valoarea critică a testului F în acest caz este: $F_{0.05,2,60} = 3.150$. Astfel, vom respinge ipoteza nulă în situația când valoarea calculată a testului statistic este mai mare sau egală cu 3.150.

Valoarea calculată F (2, 60) = 17.546 este mult mai mare decât valoarea critică F(0.05,2,60) = 3.150, aspect care evidențiază faptul că cel puțin două medii ale grupurilor diferă semnificativ. De asemenea și valoarea probabilității $p < 0.0001$

ANOVA					
TIMP VINDECARE	Sum of Squares	df.	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	108.286	2	54.143	17.546	0.000
Within Groups	185.143	60	3.086		
Total	293.429	62			

Concluzie: DIFERITELE MEDICAMENTE FUNCȚIONEAZĂ DIFERIT, iar diferențele populaționale dintre timpii medii de vindecare, variind de la 4 la 7 săptămâni, sunt semnificative statistic. Putem afirma cu un risc de a greși de mai mic de 1% că perioada de timp necesară vindecării diferă în funcție de tratamentul ales.

EFECTUL TOTAL AL TRATAMENTULUI ne arată ce procent din variația variabilei dependente (timpul necesar fiecărui pacient pentru a se însănătoși) poate fi prezis (explicat) de variația medicației primite (medicamentul 1 – medicamentul 2 – medicamentul 3):

$$\eta^2 = \frac{Varianta\ explicata\ (asociata\ cu\ tratamentul)}{Varianta\ totala} = \frac{SS\ between}{SS\ total} = \frac{108.3}{293.4} = 0.37$$

Astfel, în cazul exemplului nostru, tipul de medicație ales (1, 2 sau 3) explică 37% din variația timpului de însănătoșire a pacienților.